



中华人民共和国国家标准

GB/T 29820.1—2013

流量测量装置校准和使用不确定度的评估 第1部分：线性校准关系

Assessment of uncertainty in calibration and use of flow measurement devices—
Part 1: Linear calibration relationships

(ISO/TR 7066-1:1997, MOD)

2013-11-12 发布

2014-03-15 实施

中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局
中国国家标准化管理委员会 发布

目 次

前言	III
1 范围	1
2 规范性引用文件	1
3 术语、定义和符号	1
4 总则	4
5 独立测量中的 A 类和 B 类标准不确定度评定	4
6 校准图的线性判断	5
7 数据的线性化	6
8 最佳的线性拟合	7
9 最佳加权曲线的拟合	9
10 当 y 独立于 x 时的评估方法	9
11 A 类标准不确定度的计算	9
12 B 类标准不确定度和报告程序	10
13 外推值	10
14 单次流量测量使用拟合直线图的不确定度	11
附录 A (规范性附录) 通用函数方差的计算	13
附录 B (资料性附录) 明渠校准示例	14
附录 C (资料性附录) 确定封闭管道校准不确定度示例	19

前 言

GB/T 29820《流量测量装置校准和使用不确定度的评估》由以下部分组成：

- 第1部分：线性校准关系；
- 第2部分：非线性校准关系。

本部分为 GB/T 29820 的第1部分。

本部分按照 GB/T 1.1—2009 给出的规则起草。

本部分修改采用 ISO/TR 7066-1:1997《流量测量装置校准和使用不确定度的评估 第1部分：线性校准关系》。

本部分与 ISO/TR 7066-1:1997 相比，存在以下技术性差异，这些差异涉及的条款已通过在其外侧页边空白位置的垂直单线(|)进行了标示。

ISO/TR 7066-1:1997 所引用的 ISO/TR 5168:1998 已被 ISO 5168:2005 所代替。与 ISO/TR 5168:1998 相比，ISO 5168:2005 在“随机”和“系统”不确定度分量的概念和术语方面有了重大改变，“随机”和“系统”不确定度分量不再是优选分类。主要原因有以下两点：

- 1) 与 GUM(ISO 指南 测量不确定度表示方法)一致，因随机或系统原因产生的不确定度分量，评估后的处理方法相同；
- 2) 这些术语在使用时可能产生歧义或混淆。基于上述原因，ISO 5168:2005 不再将不确定度分量分成“随机分量”或“系统分量”，而是按照评定方法分类，将不确定度分量分为“A类标准不确定度”和“B类标准不确定度”进行评定。

为此，本部分按 ISO 5168:2005 做了技术性修改：

- 不再使用“随机效应导致的不确定度”和“系统误差限”的概念，而是按照不确定度评定方法进行分类，分为 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度；
- 规范性引用文件中，以 GB/T 27759—2011(ISO 5168:2005, IDT)替代 ISO/TR 5168:1998；
- “术语、定义和符号”中，按不确定度评定方法将原标准的随机效应导致不确定度和系统误差限在使用时可能产生歧义或混淆的术语修改成 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度术语的定义；以符号 $u(\)$ “括号内变量的标准不确定度”代替符号 $e_R(\)$ “括号内变量的随机不确定度”和符号 $e_S(\)$ “括号内变量的系统误差限”；增加了“3.1.16 等精度测量”的内容；在 3.2 符号中，“ θ 影响系数”与 GB/T 27759—2011 表述一致，称为“灵敏度系数”；
- 6.4 中，以 GB/T 27759—2011 的附录 D 代替 ISO/TR 5168:1998 的附录 E；
- 在 8.2.2 后增加了“注”，说明了用最小二乘法中相关系数来判断线性相关的方法；
- 第 11 章由“不确定度的计算”改为“A 类标准不确定度的计算”，第 12 章由“系统误差限和报告程序”改为“B 类标准不确定度和报告程序”；
- 删除 B.2 中的“注”，即“注：许多关于流量测量的标准中，A 类标准不确定度 $u_A(Q)$ 用符号 $2s_{mr}$ 表示，其中 s_{mr} 定义为平均关系的标准误差。”，因为目前的流量标准中已不再使用该表示法，而且此注与本部分前后文均无关联。

经核查，ISO/TR 7066-1:1997 的附录 B 和附录 C 给出的两个示例中，存在个别公式书写错误、数据计算错误和表格中个别表头符号的书写错误等，本部分给予了核查计算和修改，情况如下：

- a) 表 B.1 的表头中： Q 改写为 Q_i ； xy 改写成 $x_i y_i$ ； x^2 改写成 x_i^2 ；
- b) 表 B.1 “观测值编号 25”中， $\ln Q_i(y_i)$ 的数据由 4.409 6 修改为 4.209 6；
- c) 表 B.2 的表头中： \hat{Q} 改写为 \hat{Q}_i ； $\ln \hat{Q}(y)$ 改写为 $\ln \hat{Q}_i(y_i)$ ； $(y_i - \bar{y})^2$ 改写为 $(y_i - \hat{y}_i)^2$ ； $e_R(\ln \hat{Q})$

- 写为 $u_{Arel}(\ln \hat{Q}_i)$, 并加单位“%”;
- d) 表 B.2“观测值编号 14”和“观测值编号 15”中, 最后一列数据由 1.66 修改为 1.16;
- e) B.5 中, 公式(B.7): $s_R = [\sum(\ln Q - \ln \hat{Q})^2 / (n-2)]^{1/2}$ 修改为 $s_R = [\sum(\ln Q - \ln \hat{Q}_i)^2 / (n-2)]^{1/2}$;
- f) B.6 公式(B.9)中: $u_{Arel}(\ln Q)$ 修改为 $u_{Arel}(\ln \hat{Q}_i)$;
- g) B.7 中: $u_{Arel}(\ln Q)$ 、 $u_{Arel}(\ln Q_i)$ 修改为 $u_{Arel}(\ln \hat{Q}_i)$;
- h) C.4.1 中: $(1/Re_d)^{1/2}$ 修改为 $10^3/Re_d^{1/2}$;
- i) C.6.1 中: $u_A(1/Re_d)^{1/2} = 8.1 \times 10^{-7}$ 、 $u_A(C) = 9.5 \times 10^{-4}$ 修改为
 $u_A(1/Re_d^{1/2}) = u_{Arel}(X) \times \bar{X} = 8.1 \times 10^{-7}$ 、 $u_A(C) = u_{Arel}(C) \times \bar{C} = 9.5 \times 10^{-4}$; $\gamma = 1144$ 修改为
 $\gamma = 1173$;
- j) C.6.2 中, 为了表达明确: 公式(C.7)由 $C = 0.5827 + (8.2597/Re_d^{1/2})$ 修改为 $\hat{C} = 0.5827 + (8.2597 \times 10^{-3}) \times (10^3/Re_d^{1/2})$;
- k) 表 C.3 中: $s^2(x)$ 的值由 1.087864 修改为 0.1087864; $Cov(x,y)$ 的值由 8.985401×10^{-7} 修改为 8.985401×10^{-4} ;
- l) C.6.3 中 $0.0082597 \pm (2.06 \times 0.0005007)$ 修改为 $0.0082597 \pm (2.06 \times 0.0005109)$
- m) C.6.4 中: $s_R = 8.42 \times 10^{-4}$ 修改为 $s_R = 8.26 \times 10^{-4}$, $u_A(\hat{C}) = 3.469 \times 10^{-3}$ 修改为 $u_A(\hat{C}) = 3.399 \times 10^{-4}$;
- n) C.6.5 中: $U'_{RSS}(\hat{C}) = (0.035^2 + 0.75^2)^{1/2} \% = 0.75\%$ 修改为
 $U'_{RSS}(\hat{C}) = (0.034^2 + 0.75^2)^{1/2} \% = 0.75\%$;
- o) C.6.6 中: $U'_{RSS}(\hat{C}) = (0.035^2 + 0.15^2)^{1/2} \% = 0.15\%$ 修改为
 $U'_{RSS}(\hat{C}) = (0.034^2 + 0.15^2)^{1/2} \% = 0.15\%$;
- p) C.7.1 中: 公式(C.11)由 $u_A(X) = \{[u_A^2(v)]/4 + [u_A^2(H')]/8\}^{1/2}$ 修改为
 $u_A(X) = \{[u_A^2(v)]/4 + [u_A^2(H')]/16\}^{1/2}$;
- q) C.7.4 中: $X_k = 0.00112$ 修改为 $X_k = 1.12$, $u_{Arel}(X) = 0.5/8^{1/2} \% = 0.18\%$ 修改为
 $u_{Arel}(X) = \sqrt{(0.5)^2/16} \% = 0.125\%$; $u_{Brel}(X) = (0.25 + 0.125)^{1/2} \% = 0.61\%$ 修改为
 $u_{Brel}(X) = \sqrt{(0.25 + 0.0625)} \% = 0.56\%$; $U_{RSS}(\hat{C}) = (0.5919 \times 0.0016) = 9.4704 \times 10^{-4}$ 修
改为 $U_{RSS}(\hat{C}) = (0.5919 \times 0.0015) = 8.8785 \times 10^{-4}$;
 $U'_{RSS}(C) = [(9.4704 \times 10^{-4})^2 + (5.88 \times 10^{-5})^2]^{1/2} / 0.5919 = 0.16\%$ 修改为
 $U'_{RSS}(C) = [(8.8785 \times 10^{-4})^2 + (5.299 \times 10^{-5})^2]^{1/2} / 0.5919 = 0.13\%$;
公式 $U_{RSS}(C_0) = 8.26 [(0.00112 \times 0.0018)^2 + (0.00112 \times 0.0061)^2]^{1/2} = 5.88 \times 10^{-5}$ 中数
据有错误, 修改为
 $U_{RSS}(C_0) = 8.26 \times 10^{-3} [(1.12 \times 0.00125)^2 + (1.12 \times 0.0056)^2]^{1/2} = 5.299 \times 10^{-5}$.

本部分还做了下列编辑性修改:

——取消了第 1 章“范围”内的条款编号;

——更改了附录中公式的编号。

本部分由中国机械工业联合会提出。

本部分由全国工业过程测量和控制标准化技术委员会(SAC/TC 124)归口。

本部分起草单位: 上海工业自动化仪表研究院、上海仪器仪表自控系统检验试验所、中国计量科学研究院、北京市计量检测科学研究院、上海市计量测试技术研究院、上海理工大学、上海威尔泰工业自动

化股份有限公司、余姚市银环流量仪表有限公司、中环天仪股份有限公司、丹东贝特自动化工程仪表有限公司。

本部分主要起草人：郭爱华、杨有涛、孟涛、张进明、沈昱明、徐臻、朱家顺、张亮、朱晓光。

流量测量装置校准和使用不确定度的评估

第 1 部分:线性校准关系

1 范围

GB/T 29820 的本部分描述了获得各种封闭管道或明渠流量测量方法的校准图和评估此类校准不确定度的过程。本部分还给出了利用校准图评估测量不确定度的过程,以及同一流量点多次测量平均值的不确定度的计算程序。

本部分只考虑线性关系的不确定度评估。非线性关系的不确定度由 GB/T 29820.2 论述。因此,本部分仅适用于以下情况:

- a) 两个变量之间的关系本身就是线性关系;或者,一个或两个变量通过某种形式的转换可以在两者之间建立线性关系,例如使用对数;或者,可以把整个范围细分成若干小范围,在每个小范围内可以将两个变量之间的关系看成是线性关系。
- b) 拟合线的不确定度与校准图中单个观测值的不确定度相比可忽略不计。

注:本部分所述原理的应用实例示于附录 B 和附录 C。

2 规范性引用文件

下列文件对于本文件的应用是必不可少的。凡是注日期的引用文件,仅注日期的版本适用于本文件。凡是不注日期的引用文件,其最新版本(包括所有的修改单)适用于本文件。

GB/T 17611—1998 封闭管道中流体流量的测量 术语及符号(ISO 4006:1991, IDT)

GB/T 27759—2011 流体流量测量 不确定度评定程序(ISO 5168:2005, IDT)

ISO 772:1996 液体比重测定 术语及符号(Hydrometric determinations—Vocabulary and symbols)

ISO/TR 7066-2:1988 流量测量装置校准和使用不确定度的评估 第 2 部分:非线性校准关系(Assessment of uncertainty in the calibration and use of flow measurement devices—Part 2: Non-linear calibration)

3 术语、定义和符号

GB/T 17611—1998 和 ISO 772:1996 界定的以及下列术语、定义和符号适用于本部分。

3.1 术语、定义

3.1.1

校准图 calibration graph

根据以流量函数和流量计的响应为坐标获得的点绘曲线。

3.1.2

置信限 confidence limits

观测值或计算值的(置信)上限和下限。假定不可修正的系统误差可忽略,则期望真值以指定的概率位于该上下限值确定的范围内。

3.1.3

相关系数 correlation coefficient

表示两个变量之间关系程度的指标。

注：该关系可以是因果关系，也可以通过第三个变量的作用形成，但不能只根据统计结果确定。

3.1.4

协方差 covariance

两个变量偏差平均值的一阶乘积矩，即

$$\text{Cov}(x, y) = [\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})] / (n - 1)$$

3.1.5

测量误差 error of measurement

测量结果减去被测量的真值，包括系统误差和随机误差。

3.1.6

随机误差 random error

测量误差的组成部分，测量过程中其变化是不可预测的。

注：随机误差不可修正，产生原因可能是已知的，也可能是未知的。

3.1.7

系统误差 systematic error

测量误差的组成部分，测量过程中保持不变或变化是可预测的。

注：系统误差产生原因可能是已知的，也可能是未知的。

3.1.8

粗大误差 spurious error

使测量失效的误差。

通常，此类误差起因简单，例如仪器故障或测量值一个或多个数字的误记录。

3.1.9

函数 function

表达两个或多个变量之间关系的数学公式。

3.1.10

最佳拟合直线 line of best fit

沿着一组使校准图上各点偏差最小化的修正点绘出的曲线。

3.1.11

残差 residual

观测值与最小二乘法方程计算出的相应值之差。

3.1.12

样本[实验]标准偏差 sample [experimental] standard deviation

表征同一被测量 n 次测量结果平均值的分散性的量度，按下式确定：

$$s(x) = [\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)]^{1/2}$$

注：如果将 n 次测量结果作为总体的样本，则总体标准偏差为：

$$\sigma = [\sum (x_i - \mu)^2 / n]^{1/2}$$

3.1.13

A 类标准不确定度 type A standard uncertainty

按 A 类不确定度评定方法确定的标准不确定度。

注：通过统计分析一系列观测值来评定不确定度的方法，称为 A 类不确定度评定。

3.1.14

B类标准不确定度 type B standard uncertainty

按 B 类不确定度评定方法确定的标准不确定度。

注：并非通过统计分析一系列观测值来评定不确定度的方法，称为 B 类不确定度评定。

3.1.15

方差 variance

基于算术平均值均方差的分散性的量度，按下式确定：

$$\text{Var}(x) = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)$$

3.1.16

等精度测量 equally accurate measurement

各次测量具有相同的精度。同一个人相同的实验条件下，在短时间内对同一试样进行多次重复测量，可视为等精度测量。

3.2 符号

注：附录 B 和附录 C 的明渠和封闭管道示例中使用的符号，有些与下列符号不同，或是下列符号的补充，那些符号都列在各附录中。

a	拟合直线在纵坐标上的截距
b	拟合直线的斜率
c	加权最小二乘方程中的系数
$\text{Cov}(\quad)$	括号内变量的协方差
$u(\quad)$	括号内变量的标准不确定度
\ln	自然对数
n	绘出校准曲线的测量次数
Q	流量
r	相关系数
$s(\quad)$	括号内变量的实验标准偏差
s_R	最佳拟合直线上各点的标准偏差
t	t 统计值(学生氏统计值)
w_i	加权最小二乘方程中第 i 个加权因数
x	自变量
y	因变量
U	总不确定度
U_{ADD}	使用加法模型的不确定度；置信概率约 95%~99%， $U_{\text{ADD}} = u_A + u_B$
U_{RSS}	使用方和根模型的不确定度；置信概率约 95%， $U_{\text{RSS}} = (u_A^2 + u_B^2)^{1/2}$
γ	自变量(或 x 变量)的标准偏差与因变量(或 y 变量)的标准偏差之比
Δ	观测值与计算值之差，称之为残差。
μ	总体平均值
σ	总体标准偏差
θ	灵敏度系数

上标和下标

注：在本部分中，连加号 \sum 表示：

$$\sum_{i=1}^n$$

除另有说明外,符号上的短划(¯)表示该量的平均值;符号(^)表示由拟合曲线方程确定的变量值。

i —— 变量的第 i 次值;

ij —— 第 j 组的第 i 次值。

4 总则

4.1 本部分所述的大部分校准中,变量之间都具有函数关系,并由某些形式的数学表达式确定。观测值与此关系的任何偏离都可以归结为是一种测量误差,可能影响其中一个或两个变量。测量误差可能是随机误差,也可能是系统误差,或者是两种误差的组合。

4.2 不确定度评估过程有两个作用:评估基本数学关系的形式和评估拟合曲线的不确定度。

4.3 实际上,可能存在多对(x, y),每个 x 和 y 的 A 类不确定度和 B 类不确定度按第 5 章给出的任何一种方法计算。

4.4 当两个变量之一的误差可以忽略不计时,以及当自变量的误差与因变量的误差相比为可以忽略的等精度测量时,应该采用第 8 章、第 9 章和第 11 章所述的方法进行线性拟合和不确定度计算,所用的基本方程见式(1):

$$y = a + bx \quad \dots\dots\dots(1)$$

式中:

x —— 自变量;

a, b —— 拟合直线的系数。

式中两个变量都受误差影响,自变量 x 误差较小,在评估过程中,如果自变量 x 可设定为一个预定值,则仍可采用第 8 章和第 9 章所描述的方法,这种方法称为 Berkson 法。

4.5 当 y 是有效常量,且独立于 x ,即拟合直线与 x 轴平行,在这种特殊情况下,应采用第 10 章描述的方法评估不确定度。

4.6 为了提供选择拟合方法所需的信息,必须对数据进行初步评估。特别是确定 x, y 中的不确定度,以及线性假设的合理性。如果已知 x, y 为非线性关系,则应考虑将其转化为线性形式,以简化后期的数据处理。

5 独立测量中的 A 类和 B 类标准不确定度评定

5.1 在确定两个变量中的 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度时,应按照 GB/T 27759—2011 规定的程序进行。计算过程的第一步是为每个变量列表,列出各种不确定度来源,包括一些基本测量中的不确定度,并相应采用 A 类标准不确定度或 B 类标准不确定度评定。

5.2 对于直接测量确定的变量值,可采用式(2)或式(3),通过计算 n 次测量的实验标准偏差得到被测量 x 的某个特定 t 值的 A 类标准不确定度。

$$s(x) = [\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

或

$$s(x) = \{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] / [n(n - 1)]\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(3)$$

然后代入式(4)。

$$U_A(x) = t_{U_A}(x) = t_s(x) \quad \dots\dots\dots(4)$$

5.3 进行上述计算时,应考虑到测量 x 时的 y 值不同,计算结果可能不同。同样,上述公式中以 y 替代 x ,得到 y 的不确定度,也会受测量 y 时的 x 值的影响。由于随后拟合校准直线的方法取决于这种变化,因此必须在足够多的测量点上评估不确定度,才能得到准确的评估结果。

5.4 当因变量的数值由若干独立自变量的测量值相加或相减获得时,应按式(5)计算总体标准偏差得到不确定度:

$$s(x) = [\sum s(x_i)^2]^{1/2} \dots\dots\dots(5)$$

然后代入式(4)中。

其他情况下,当因变量由积或商等自变量间较复杂的函数导出时,或自变量间相关时,应按附录 A 给出的方法确定总体标准偏差,然后代入式(4)中获得不确定度。

5.5 对难度较大的不确定度分量的评定,GB/T 27759—2011 中有所说明。即使确定并考虑了所有已知不确定度来源,仍然会出现一些无法确定的不确定度分量。在这种情况下,应在以往有效校准数据和历史记录等证据的基础上,以主观判断的方法进行评估。

5.6 当变量的数值是以一系列基本分量的总和为依据时,由于许多情况下,各分量的符号是未知的,所以在确定总的 B 类标准不确定度时会出现困难。在这些情况下,应采用方和根法合成 B 类标准不确定度,如式(6)所示:

$$u_B = (\sum u_{B_i}^2)^{1/2} \dots\dots\dots(6)$$

当涉及更加复杂的函数关系时,应采用附录 A 所给出的方法得到 B 类标准不确定度 u_B ,用相应的 $u_{B_i}^2$ 项替代方差项。

5.7 当确定并评估了所有的不确定度来源,并且每个变量都合成到 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度中,则评估过程就认为是完成了。

6 校准图的线性判断

6.1 为了确定拟合直线能否与观测值充分的无偏拟合,需要进行初步评估。在可行的方法中,最有效的方法是观察测量值与拟合直线的残差。采用 6.2~6.5 中描述的 Bartlett 方法可得到近似直线。

6.2 第一步,数据应按 x 或 y 升序排列,两个变量的平均值由式(7)给出:

$$\bar{x} = \sum x_i/n; \quad \bar{y} = \sum y_i/n \quad \dots\dots\dots(7)$$

然后将数据等分成相互独立的三组,按前述方法算出两端的两组数据的平均值,分别用 \bar{x}_1, \bar{y}_1 和 \bar{x}_3, \bar{y}_3 表示,则近似直线的斜率 b 见式(8):

$$b = (\bar{y}_3 - \bar{y}_1) / (\bar{x}_3 - \bar{x}_1) \quad \dots\dots\dots(8)$$

由于此线必定经过一般平均值 \bar{x}, \bar{y} ,则直线的方程式如式(9)所示:

$$(y_i - \bar{y}) = b(x_i - \bar{x}) \quad \dots\dots\dots(9)$$

或,用 $\bar{y} - b\bar{x} = a$ 替代,如式(10)所示:

$$y \text{ 的最佳估计值 } \hat{y}_i = a + bx_i \quad \dots\dots\dots(10)$$

最后,可用式(11)确定残差:

$$\Delta(y_i) = (y_i - \hat{y}_i) = (y_i - a - bx_i) \quad \dots\dots\dots(11)$$

另一种线性判断的方法是采用第 8 章描述的最小二乘法中的相关系数进行判断,同样以式(11)计算残差,可以得到更精确的拟合。

6.3 作为初步试验数据,得到的残差应按升序排列,并在正态概率纸上画出累积频率曲线。如果这些点大致落在一条直线上,且无明显弯折,则可以认为数据近似正态分布。

6.4 此时应检查异常大或异常小的残差,因为它们的存在会严重影响最终拟合直线的定位并不可避免地增大不确定度。为了识别这些“异常值”,可采用 GB/T 27759—2011 的附录 D 中描述的 Grubbs 试验法。然而,必须强调的是:即使试验结果是可接受的,仍应在对所有相关情况仔细研究后,合理地做出剔除观测值的决定。做出决定时,应认为观测点是真实的,残差的异常是由于模型与观测值不匹配造成

的。同时应注意,因观测值被剔除,整个拟合过程和残差的计算应重新进行。

6.5 其他试验工作包括对照自变量(x)的观测值以及最佳估计值(\hat{y})绘出残差(Δy)曲线。如果满足下列任一情况:

- a) 数学关系是恰当的;
- b) 拟合过程已正确实现;
- c) 方差随 x 变化改变不明显。

则观测点应处于均一宽度的水平区间内[图 1a)]。

这种理想形式会发生下述一项或多项变化:

- a) 该区间明显向上或向下成曲线型式[图 1b)],说明变量间的关系是曲线关系而不是线性关系;
- b) 该区间逐渐变宽或变窄,仍保持水平[图 1c)],说明在测量范围内变化不是恒定的,最后拟合过程需要加权运算;

注 1:除了加权运算,变量置换也可以获得均匀的变化。例如,在变化率随 x 的增大而增大的情况下,以 $\lg y$ 和 x 或 $\lg y$ 和 $\lg x$ 为坐标作图,可能使 $\lg y$ 获得均匀的变化。在数据变换过程中,应注意保持校准图线性。

注 2:应当注意,变量的任何转换都隐含着数据的加权并且可以期望得到不同于原始的未转换数据的曲线拟合。

- c) 该区间呈现出线性的向上或向下的趋势[图 1d)],说明拟合过程本身或在随后 y 的计算过程中出现了误差。

7 数据的线性化

7.1 若第 6 章线性判断表明,校准图为曲线关系,应考虑数据线性化的可能性。这种方法的优点是使校准曲线的拟合和不确定度的确定变得相对简单。以下两种方法是可行的。

- a) 第一种方法是变量置换,仅适用于数学关系性质的场合。这一类的变换方式通常取决于函数本身。例如,对于明渠流量的校准,水位和流量的关系见式(12):

$$Q = c(h + h_0)^b \quad \dots\dots\dots(12)$$

式中:

- h ——测得的水位,单位为米(m);
- h_0 ——表示零流量水位的基准面修正值,单位为米(m);
- c ——系数;
- b ——指数;

将式(12)写成对数的形式,如式(13)所示:

$$\ln Q = \ln c + b \ln(h + h_0) \quad \dots\dots\dots(13)$$

通过这种简便的方法可实现数据线性化。

- b) 在其他情况下,如果校准曲线能被分成几部分,每一部分可按线性处理,也能实现线性化。与 a)描述的方法不同,本方法是普遍适用的,并且不依赖于两变量之间是否存在函数关系。为保证线性化成功,应具备两个条件:第一个条件是曲线的每一部分应尽可能地具有相似数量的观测值,这样整条拟合线将具有大致相同的不确定度;第二个条件是曲线的每一部分与相邻部分必须有两到三个共有点,以确保曲线平滑过渡不间断。

7.2 完成线性化过程后,必需重复第 6 章所述的线性判断。

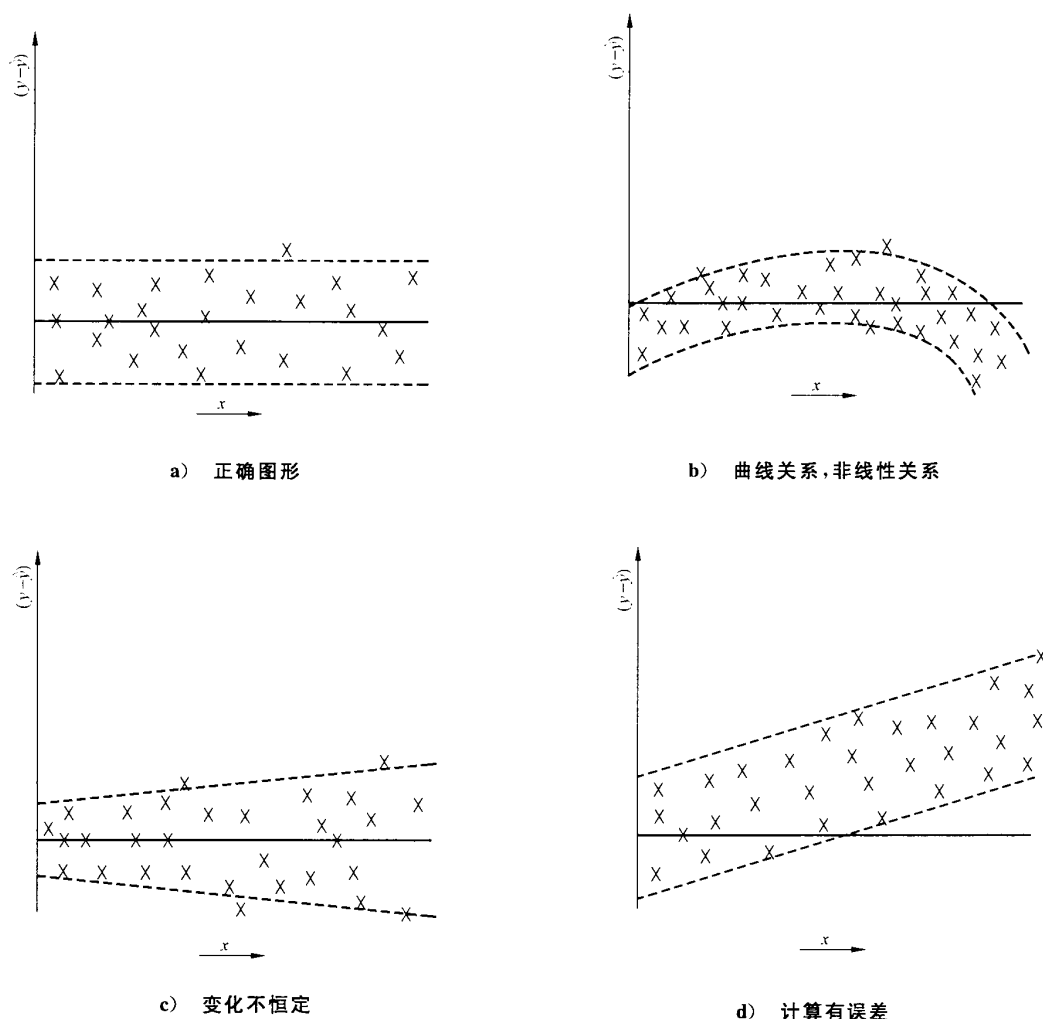


图1 残差 $(y - \hat{y})/x$ 值对照图

8 最佳的线性拟合

8.1 总则

8.1.1 第6章线性判断已经提供了两个变量的标准偏差值,在考虑拟合时只需按式(14)计算比值:

$$\gamma = s(y)/s(x) \dots\dots\dots (14)$$

若 γ 值较大,例如 ≥ 20 ,应采用8.2给出的经典最小二乘法。

若 γ 值小于此限值,只要 x 变量能按Berkson法的要求设定至预定值,仍然可以采用8.2的方法。其他情况下需采用的方法则已超出本部分的范围。

8.1.2 在评估过程中,应强调有关自变量和因变量的常规已被弃用。在以下部分中,自变量 x 通常为误差最小的变量。

8.2 仅一个变量有误差或适用 Berkson 法

8.2.1 若自变量的误差与因变量的误差相比可忽略不计,则应采用经典最小二乘法进行校准直线的拟合。

8.2.2 按这种方法,按式(15)拟合直线:

$$\hat{y}_i = a + bx_i \quad \dots\dots\dots(15)$$

斜率 b 可按式(16)计算:

$$b = \sum [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})] / \sum (x_i - \bar{x})^2 \quad \dots\dots\dots(16)$$

截距按式(17)计算:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad \dots\dots\dots(17)$$

同样,表示 x 和 y 之间关系密切度的相关系数 r 可用式(18)确定:

$$r = \sum [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})] / [\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(18)$$

注:用最小二乘法中相关系数来判断线性相关的方法如下:

- a) r 的取值介于 -1 与 1 之间。
- b) 当 $r=0$ 时, X 与 Y 的观测值之间没有线性关系。
- c) 在大多数情况下, $0 < |r| < 1$, 即 X 与 Y 的样本观测值之间存在着一定的线性关系, 当 $r > 0$ 时, X 与 Y 为正相关, 当 $r < 0$ 时, X 与 Y 为负相关。
- d) 如果 $|r|=1$, 则表明 X 与 Y 完全线性相关, 当 $r=1$ 时, 称为完全正相关, 而 $r=-1$ 时, 称为完全负相关。

8.2.3 为完成拟合过程,拟合直线的标准偏差可采用式(19)和式(20)计算:

$$s_R = [\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n - 2)]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$= [\sum (y_i - a - bx_i)^2 / (n - 2)]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(20)$$

或采用式(21)计算:

$$s_R = s(y)(1 - r^2)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(21)$$

式中:

$$s(y) = [\sum (y_i - \bar{y})^2 / (n - 1)]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(22)$$

当使用式(21)时,应保留足够的有效位数,以确保不出现较大的舍入误差。

8.2.4 若无现代化计算设备,可用下列公式(23)、(24)和(25)方便地得到 b 、 r 和 $s(y)$:

$$b = [n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i] / [n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$r = [n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i] / \{ [n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2] \}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$s(y) = \{ [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2] / n(n - 1) \}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(25)$$

再利用(17)式得到 a 。

这里同样应注意保留足够的有效位数,以避免严重的舍入误差。

8.2.5 若校准曲线由两段或多段组成,应在此阶段确定其相交点。相邻两段的方程式按式(26)表示:

$$y_1 = a_1 + b_1 x \text{ 和 } y_2 = a_2 + b_2 x \quad \dots\dots\dots(26)$$

因此,在相交点处, $y_1 = y_2$, x 的公值如式(27)所示:

$$x = (a_1 - a_2) / (b_2 - b_1) \quad \dots\dots\dots(27)$$

代入式(26)中,得到相应的 y 值。

9 最佳加权曲线的拟合

9.1 若第 6 章的初步线性判断表明 y 的方差不是常量而是随 x 的值而变化,则上面给出的最小二乘法无效,如要避免偏差,必须用加权形式的回归分析法代替。

9.2 对于这种情况,可用公式(28)和(29)替换公式(16)、(17)和(23):

$$b = \{ \sum c_i x_i y_i - [(\sum c_i x_i)(\sum c_i y_i)] / n \} / \{ \sum c_i x_i^2 - [(\sum c_i x_i)^2 / n] \} \quad \dots\dots\dots(28)$$

和

$$a = (\sum c_i y_i - b \sum c_i x_i) / n \quad \dots\dots\dots(29)$$

然后,从式(22)可以得到 y_i 值的标准偏差,从式(19)或式(21)得到拟合直线的标准偏差。

9.3 如已知各个观测值的方差,用式(30)计算加权系数 c_i :

$$w_i = 1 / \text{Var}(y_i); c_i = w_i / \bar{w} \quad \dots\dots\dots(30)$$

$$\text{Var}(x) = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)$$

其他情况下,加权系数 c_i 的值通过下列步骤获得:

- a) 按第 6 章所述,根据拟合直线计算 $\Delta(y_i)$,见公式(11);
- b) 以 $\Delta(y_i)$ 及对应的 x_i 值为坐标作图;
- c) 按照 ISO/TR 7066-2:1988 给出的方法对数据进行非线性拟合;
- d) 利用拟合曲线获得均方差 $\Delta^2(y_i)$;
- e) 在式(30)中以 $\Delta^2(y_i)$ 值代替 $\text{Var}(y_i)$ 值,得到 c_i 值。

10 当 y 独立于 x 时的评估方法

10.1 当校准直线的斜率为零时,即在 x 的变化范围内 y 是常数,这是一种特殊情况。在这种情况下, y 独立于 x ,校准直线是一条水平直线,拟合系数简化为 y_i 的算术平均值,如式(31)所示:

$$\bar{y} = \sum y_i / n \quad \dots\dots\dots(31)$$

10.2 当有证据表明这种形式的校准是合适的,应进行试验以确定拟合直线的斜率是否为零。为此,应计算式(32)的值:

$$b \pm ts(b) \quad \dots\dots\dots(32)$$

式中:

$$s(b) = s_R / [(n - 1)^{1/2} s(x)] \quad \dots\dots\dots(33)$$

当零包含在式(32)给出的限值范围内时,可以断定拟合直线是水平的,系数由式(31)给出。

11 A 类标准不确定度的计算

11.1 在 $x = x_k$ 点,拟合直线中的 A 类标准不确定度应采用式(34)计算:

$$u_A(\hat{y}) = t_{s_R} \{ (1/n) + [(x_k - \bar{x})^2 / \sum (x_i - \bar{x})^2] \}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(34)$$

在 $x = x_k$ 点,单次观测值的不确定度采用式(35)计算:

$$u_A(y_k) = t_{s_R} \{ 1 + (1/n) + [(x_k - \bar{x})^2 / \sum (x_i - \bar{x})^2] \}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(35)$$

这两个值有本质区别: $u_A(\hat{y})$ 表示由拟合直线方程计算得到的不确定度,而 $u_A(y_k)$ 是单次测量预期

不确定度。

11.2 上述两式中,不确定度区间为抛物线状,它的最小宽度出现在 x 取平均值处。不确定度区间的宽度也取决于要求的置信度,置信度为 99% 时比置信度为 95% 时宽。

12 B 类标准不确定度和报告程序

12.1 为完成评估,应按本部分第 5 章所述的方法计算校准中的 B 类标准不确定度。鉴于很难确定此类误差的符号和大小,可采用方和根法来综合各个分量。若所取得的变量值是基本值的和或差,总的 B 类标准不确定度可按式(36)计算:

$$u_B = (\sum u_{Bi}^2)^{1/2} \dots\dots\dots(36)$$

当变量值基于较复杂的函数,例如积或商,可使用附录 A 给出的方法,用 u_{Bk} 代替相应的方差。

12.2 如 GB/T 27759—2011 指出的,A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度通常应分别给出,当要求用一个数字表示合成不确定度时,可以用下列式(37)和式(38)的加法或方和根模型得到:

$$U_{ADD} = u_A + u_B \dots\dots\dots(37)$$

或

$$U_{RSS} = [u_A^2 + u_B^2]^{1/2} \dots\dots\dots(38)$$

后者得出的评估值通常较小。

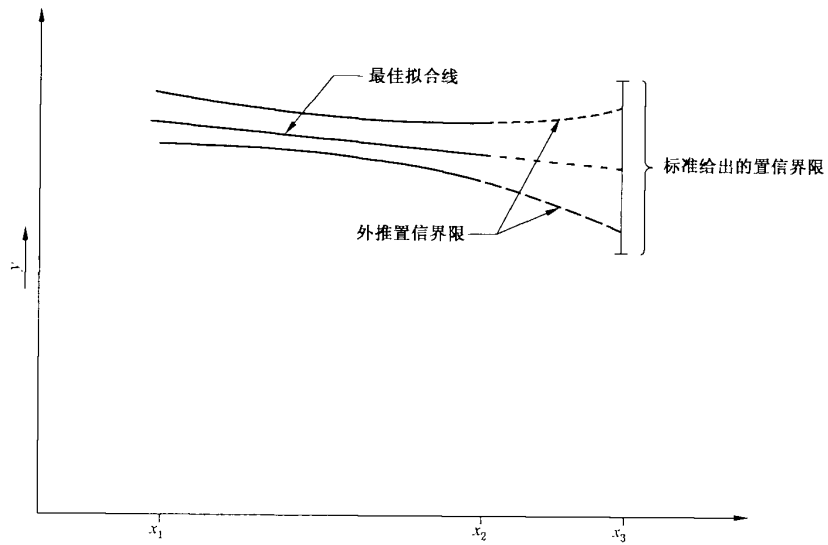
12.3 这样得出的 U_{ADD} 或 U_{RSS} 的值,从统计学的严格意义上来说,不能认为是置信区间,因为按定义,B 类标准不确定度是基于主观判断的。

13 外推值

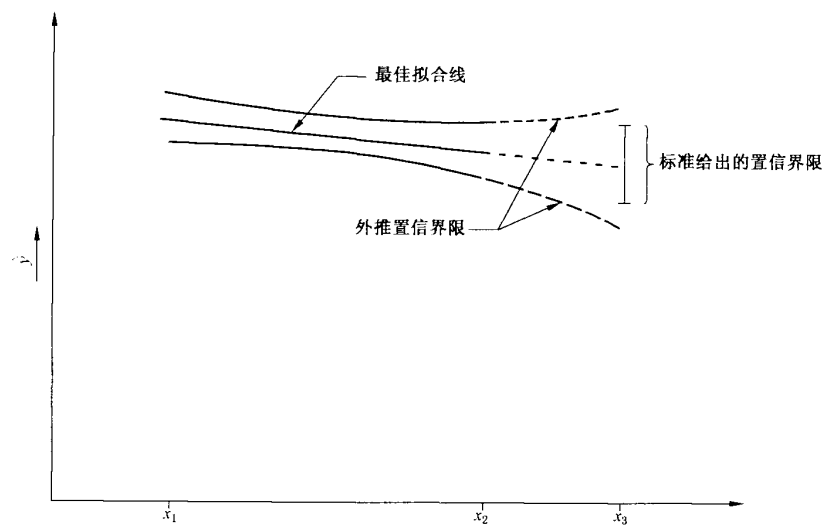
13.1 严格地讲,通过外推拟合直线取得的拟合系数及其相关的不确定度并不属于本部分的适用范围,因为无法预测的影响可能会使结果无效。然而,对要求评定校准范围外的流量测量的情况,可采用下述过程。

13.2 图 2 中实线代表流量测量装置在限值 x_1 和 x_2 之间的拟合直线图,点线代表拟合直线图延伸到要求的 x_3 点。同样,虚线代表外推到 x_3 处的不确定度限值。

13.3 当校准装置适用于某些标准预期的流量和不确定度,只要 \hat{y} 的外推值及不确定度完全处于标准预期的限值范围内,如图 2 a)所示,则应接受外推的置信水平。然而,当外推限值处于标准预期范围之外时,如图 2 b)所示,则应接受标准给出的置信水平。最后,当 \hat{y} 值处于标准预期区间外或装置不适用标准时,仍应再次使用外推限值。



a) 外推置信界限在标准给出的置信界限内



b) 外推置信界限在标准给出的置信界限外

图2 置信界限的准则

14 单次流量测量使用拟合直线图的不确定度

14.1 经过校准的流量计随后用于流量的测量,拟合直线中的任何不确定度影响量都将作为系统误差传递到计算值中。除了在整个校准范围内直线的斜率为零且公式(15)可简化为一个常数的情况外,流量的不确定度总是大于由拟合图单独引起的不确定度。即使测量条件名义上与校准过程中的条件相同,结果也是如此。由于在拟合图上定位的不确定性,会形成差异。

14.2 该附加不确定度,以及由于数据的增加或减少引入的任何附加不确定度,应使用 GB/T 27759—2011 给出的方法进行评估,分别确定 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度,随后采用 U_{RSS} 模型进行

合成。测量的总不确定度用 $U_{RSS}(\hat{y})$ 表示,并由式(39)计算得出:

$$U_{RSS}(\hat{y}) = [U_{RSS}^2(\hat{y}_o) + U_{RSS}^2(\hat{y}_c)]^{1/2} \dots\dots\dots(39)$$

式中:

$U_{RSS}(\hat{y}_o)$ -----总附加不确定度;

$U_{RSS}(\hat{y}_c)$ ——拟合直线的总不确定度。

附加不确定度对流量总不确定度的贡献方式取决于拟合直线的特性。其中两个主要条件在14.3和14.4中描述。

14.3 当拟合直线的斜率为零时,流量由流量计输出函数与独立于流量的系数的乘积得到,此时不存在附加不确定度,公式(39)简化为式(40):

$$U_{RSS}(\hat{y}) = U_{RSS}(\hat{y}_c) \dots\dots\dots(40)$$

即流量测量的总不确定度等于拟合直线图中总不确定度。

14.4 当拟合直线的斜率不为零时,拟合系数本身就是流量的函数,需要采用迭代法推算流量。为此,用拟合系数的初始估计值获得流量的初始近似值,然后再用它得到一个更准确的拟合系数值。重复这一过程直到相邻的流量估算值相等为止。这种情况下,测量流量计输出的任何误差都将给所用系数带来误差,总的总不确定度由式(39)得出。

14.5 如果使用条件与校准条件不同,如:布局不同,流体不同,仪表不同等,不确定度将进一步增大,在这样的情况下,就有必要对每种情况下的置信界限进行评估。

附 录 A
(规范性附录)
通用函数方差的计算

A.1 如果总的方差基于两个或多个自变量方差的积或商,则公式(5)不适用。必须使用与通用函数标准偏差相关的更复杂的表达式。等式中包含的微分项 $(\partial X/\partial x_i)$ 与 GB/T 27759—2011 中用于合成不确定度的灵敏度系数 c_i 是相同的。

A.2 如果 $X=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 其中 f 是任意函数, 则如式(A.1)所示:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) = & (\partial X/\partial x_1)^2 \text{Var}(x_1) + (\partial X/\partial x_2)^2 \text{Var}(x_2) + \dots + (\partial X/\partial x_n)^2 \text{Var}(x_n) + \\ & + 2\{[(\partial X/\partial x_1)(\partial X/\partial x_2)] \text{Cov}(x_1, x_2) + [(\partial X/\partial x_1)(\partial X/\partial x_3)] \text{Cov}(x_1, x_3) + \\ & + \dots + [(\partial X/\partial x_{n-1})(\partial X/\partial x_n)] \text{Cov}(x_{n-1}, x_n)\} \dots\dots\dots(\text{A.1}) \end{aligned}$$

如果含高阶微分的项可以忽略,且协方差为零,即这些变量是独立变量,那么式(A.1)可简化为只有第一行。

A.3 例如,考虑明渠流速计测量断面的流量方程,见式(A.2):

$$Q_i = b_{c,i} d_i \bar{v}_i \dots\dots\dots(\text{A.2})$$

式中, b_c 、 d 和 v 是独立变量。

用式(A.1)的第一行,则如式(A.3)所示:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Q_i) = & (\partial Q_i/\partial b_{c,i})^2 \text{Var}(b_{c,i}) + (\partial Q_i/\partial d_i)^2 \text{Var}(d_i) + (\partial Q_i/\partial \bar{v}_i)^2 \text{Var}(\bar{v}_i) \\ = & (d_i \bar{v}_i)^2 \text{Var}(b_{c,i}) + (b_{c,i} \bar{v}_i)^2 \text{Var}(d_i) + (b_{c,i} d_i)^2 \text{Var}(\bar{v}_i) \dots\dots\dots(\text{A.3}) \end{aligned}$$

附录 B
(资料性附录)
明渠校准示例

B.1 所用符号

- h ——测得的水位,单位为米(m);
- h_0 ——表示零流量水位的基准面修正值,单位为米(m);
- c ——系数;
- b ——指数;
- Q ——流量,单位为立方米每秒(m^3/s)。

B.2 表 B.1 给出了确定水位—流量关系的信息。计算流量方程式,并计算最佳拟合直线上各点的标准偏差(s_R)和水位—流量关系的 A 类标准不确定度 $u_A(Q)$ 。

B.3 对于采用速度-面积法进行校准的明渠流量测量,水位和流量之间的关系用式(B.1)表示:

$$Q = c(h + h_0)^b \quad \dots\dots\dots (B.1)$$

写成自然对数的形式为式(B.2)所示:

$$\ln Q = \ln c + b \ln(h + h_0) \quad \dots\dots\dots (B.2)$$

做下列替代:

$$\ln(h + h_0) = x; \ln Q = y; \ln c = a;$$

则化简为如公式(1)给出的线性方程:

$$y = a + bx$$

B.4 采用这种校准方式,确定水位的误差通常比流量测量的误差要小的多,式(14)给出的 γ 值大于 20。因此,可以采用本部分中 8.2 给出的经典最小二乘法完成拟合。

将表 B.1 中数据代入式(23),得到拟合直线的斜率,如式(B.3)所示:

$$b = \frac{[32(-2.9337)] - [93.7855(-15.5798)]}{[32(35.5093)] - (-15.5798)^2} = 1.5301 \quad \dots\dots\dots (B.3)$$

然后代入式(17),得到截距为:

$$\ln c = 2.9308 - 1.5301(-0.4869) = 3.6757 \quad \dots\dots\dots (B.4)$$

因此,如式(B.5)所示:

$$\ln \hat{Q}_i = 3.6757 + 1.5301 \ln(h - 0.115) \quad \dots\dots\dots (B.5)$$

或,另一种形式如式(B.6)所示:

$$\hat{Q}_i = 39.479(h - 0.115)^{1.5301} \quad \dots\dots\dots (B.6)$$

按照正常液体比重测定,以水位为纵坐标、流量为横坐标的水位流量特性曲线如图 B.1 所示。

注:坐标轴采用对数坐标刻度。

表 B.1 采用最小二乘法人工计算水位—流量曲线用典型数据

观测值 编号	Q m ³ /s	水位(h) m	(h+h ₀) m	ln Q _i (y _i)	ln (h+h ₀) (x _i)	x _i y _i	x _i ²
1	2.463	0.272	0.157	0.901 4	-1.851 5	-1.668 9	3.428 0
2	2.325	0.273	0.158	0.843 7	-1.845 2	-1.556 8	3.404 8
3	2.923	0.303	0.188	1.072 6	-1.671 3	-1.792 6	2.793 2
4	3.242	0.307	0.192	1.176 2	-1.650 2	-1.941 0	2.723 2
5	3.841	0.334	0.219	1.345 7	-1.518 7	-2.043 7	2.306 4
6	4.995	0.374	0.259	1.608 4	-1.350 9	-2.172 8	1.824 9
7	5.410	0.393	0.278	1.688 2	-1.280 1	-2.161 1	1.638 6
8	5.422	0.394	0.279	1.690 5	-1.276 5	-2.157 9	1.629 4
9	5.883	0.402	0.287	1.772 1	-1.248 3	-2.212 1	1.558 2
10	6.154	0.410	0.295	1.817 1	-1.220 8	-2.218 3	1.490 4
11	7.376	0.463	0.348	1.998 2	-1.055 6	-2.109 3	1.114 3
12	9.832	0.520	0.405	2.285 6	-0.903 9	-2.066 0	0.817 0
13	11.321	0.548	0.433	2.426 6	-0.837 0	-2.031 1	0.700 6
14	12.372	0.576	0.461	2.515 4	-0.774 4	-1.947 9	0.599 7
15	11.825	0.580	0.465	2.470 2	-0.765 7	-1.891 4	0.586 3
16	13.826	0.616	0.501	2.626 6	-0.691 1	-1.815 2	0.477 6
17	14.102	0.626	0.511	2.646 3	-0.671 4	-1.776 7	0.450 8
18	19.020	0.721	0.606	2.945 5	-0.500 9	-1.475 4	0.250 9
19	19.790	0.739	0.624	2.985 2	-0.471 6	-1.407 8	0.222 4
20	20.280	0.747	0.632	3.009 6	-0.458 9	-1.381 1	0.210 6
21	21.204	0.796	0.681	3.054 2	-0.384 2	-1.173 4	0.147 6
22	23.996	0.846	0.731	3.177 9	-0.313 3	-0.995 6	0.098 2
23	36.242	1.041	0.926	3.590 2	-0.076 9	-0.276 1	0.005 9
24	54.591	1.340	1.225	3.999 9	0.202 9	0.811 6	0.041 2
25	67.327	1.526	1.411	4.209 6	0.344 3	1.449 4	0.118 5
26	79.050	1.761	1.646	4.370 1	0.498 3	2.177 6	0.248 3
27	110.783	2.010	1.895	4.707 6	0.639 2	3.009 1	0.408 6
28	162.814	2.632	2.517	5.092 6	0.923 1	4.701 0	0.852 1
29	227.600	3.265	3.150	5.427 6	1.147 4	6.227 6	1.316 5
30	228.800	3.280	3.165	5.432 8	1.152 2	6.259 7	1.327 6
31	228.500	3.306	3.191	5.431 5	1.160 3	6.302 2	1.346 3
32	236.600	3.340	3.225	5.466 4	1.170 9	6.400 6	1.371 0
总计				93.785 5	-15.579 8	-2.933 7	35.509 3
注：数据修正 h ₀ = -0.115m。							

B.5 如(19)式定义,最佳拟合直线上各点的标准偏差由式(B.7)给出:

$$S_R = [\sum (\ln Q_i - \ln \hat{Q}_i)^2 / (n-2)]^{1/2} \dots\dots\dots (B.7)$$

代入表 B.2 的数据,得式(B.8):

$$S_R = (0.029\ 18/30)^{1/2} = 0.031 \dots\dots\dots (B.8)$$

B.6 由拟合直线(h+h₀)_k点处计算得到 lnQ 的 A 类相对标准不确定度可采用式(34),以式(B.9)形

式得到：

$$u_{\text{Arel}}(\ln \hat{Q}_i) = t_{\text{SR}} \left\{ \frac{1}{n} + \frac{[\ln(h+h_0)_k - \overline{\ln(h+h_0)}]^2}{\sum [\ln(h+h_0) - \overline{\ln(h+h_0)}]^2} \right\}^{1/2} \times 100$$

$$= 6.3 \{ 0.031\,25 + [\ln(h-0.115)_k + 0.486\,9]^2 / 27.923\,8 \}^{1/2}$$

.....(B. 9)

同样, $\ln Q_i$ 值的 A 类相对标准不确定度可采用式(35), 以式(B. 10)形式得到:

$$u_{\text{Arel}}(\ln Q_i) = t_{\text{SR}} \left\{ 1 + \frac{1}{n} + \frac{[\ln(h+h_0)_k - \overline{\ln(h+h_0)}]^2}{\sum [\ln(h+h_0) - \overline{\ln(h+h_0)}]^2} \right\}^{1/2} \times 100$$

$$= 6.3 \{ 1.031\,25 + [\ln(h-0.115)_k + 0.486\,9]^2 / 27.923\,8 \}^{1/2}$$

.....(B. 10)

B. 7 在每个观测点 $(h+h_0)_k$, 计算流量的 $u_{\text{Arel}}(\ln \hat{Q}_i)$ 值可根据式(B. 9)评估, 结果画在水位-流量曲线的两侧以给出流量的自然对数的对称置信界限, 最小宽度在 $\overline{\ln(h+h_0)}$ 处。

代入表 B. 2 的第 1 组观测值:

$$u_{\text{Arel}}(\ln \hat{Q}_1) = 6.3 \{ 0.031\,25 + [(-1.851\,5 + 0.486\,9)^2 / 27.923\,8] \}^{1/2} = 1.97\%$$

同样, 对第 18 组观测值:

$$u_{\text{Arel}}(\ln \hat{Q}_{18}) = 6.3 \{ 0.031\,25 + [(-0.500\,9 + 0.486\,9)^2 / 27.923\,8] \}^{1/2} = 1.11\%$$

对第 32 组观测值:

$$u_{\text{Arel}}(\ln \hat{Q}_{32}) = 6.3 \{ 0.031\,25 + [(1.170\,9 + 0.486\,9)^2 / 27.923\,8] \}^{1/2} = 2.27\%$$

这三组数据及其他观测值的汇总数据在表 B. 2 最后一列给出。

表 B.2 计算 S_R 和 $u_A(\ln Q)$ 所需的数据

观测值 编号	$(h+h_0)$	$\ln(h+h_0)$ (x_i)	$(x_i-\bar{x})^2$	Q_i	$\ln Q_i(y_i)$	\hat{Q}_i	$\ln \hat{Q}_i$ (\hat{y}_i)	$(y_i-\hat{y}_i)^2$	$u_{Arel}(\ln \hat{Q}_i)$ %
1	0.157	-1.851 5	1.862 1	2.463	0.901 4	2.323	0.842 8	0.003 42	1.97
2	0.158	-1.845 2	1.845 0	2.325	0.843 7	2.345	0.852 3	0.000 07	1.96
3	0.188	-1.671 3	1.402 8	2.923	1.072 6	3.060	1.118 4	0.002 09	1.80
4	0.192	-1.650 2	1.353 3	3.242	1.176 2	3.160	1.150 6	0.000 65	1.78
5	0.219	-1.518 7	1.064 6	3.841	1.345 7	3.865	1.352 0	0.000 03	1.66
6	0.259	-1.350 9	0.746 5	4.995	1.608 4	4.996	1.608 6	0.000 00	1.52
7	0.278	-1.280 1	0.629 2	5.410	1.688 2	5.568	1.717 0	0.000 83	1.46
8	0.279	-1.276 5	0.623 5	5.422	1.690 5	5.598	1.722 4	0.001 01	1.46
9	0.287	-1.248 3	0.579 7	5.883	1.772 1	5.846	1.765 8	0.000 04	1.44
10	0.295	-1.220 8	0.538 6	6.154	1.817 1	6.097	1.807 8	0.000 08	1.42
11	0.348	-1.055 6	0.323 4	7.376	1.998 2	7.851	2.060 6	0.003 89	1.30
12	0.405	-0.903 9	0.173 9	9.832	2.285 6	9.902	2.292 7	0.000 05	1.22
13	0.433	-0.837 0	0.122 6	11.321	2.426 6	10.968	2.395 0	0.000 99	1.19
14	0.461	-0.774 4	0.082 6	12.372	2.515 4	12.072	2.490 9	0.000 60	1.16
15	0.465	-0.765 7	0.077 7	11.825	2.470 2	12.233	2.504 1	0.001 15	1.16
16	0.501	-0.691 1	0.041 7	13.826	2.626 6	13.711	2.618 2	0.000 07	1.14
17	0.511	-0.671 4	0.034 0	14.102	2.646 3	14.132	2.648 4	0.000 00	1.14
18	0.606	-0.500 9	0.000 2	19.020	2.945 5	18.345	2.909 4	0.001 30	1.11
19	0.624	-0.471 6	0.000 2	19.970	2.985 2	19.185	2.954 1	0.000 96	1.11
20	0.632	-0.458 9	0.000 8	20.280	3.009 6	19.563	2.973 6	0.001 29	1.11
21	0.681	-0.384 2	0.010 5	21.204	3.054 2	21.931	3.087 9	0.001 13	1.12
22	0.731	-0.313 3	0.030 1	23.996	3.177 9	24.442	3.196 3	0.000 33	1.13
23	0.926	-0.076 9	0.168 1	36.242	3.590 2	35.098	3.558 1	0.001 02	1.22
24	1.225	0.202 9	0.475 8	54.591	3.999 9	53.855	3.986 3	0.000 18	1.38
25	1.411	0.344 3	0.690 9	67.327	4.209 6	66.859	4.202 6	0.000 04	1.49
26	1.646	0.498 3	0.970 6	79.050	4.370 1	84.631	4.438 3	0.004 65	1.62
27	1.895	0.639 2	1.268 1	110.783	4.707 6	104.989	4.653 8	0.002 88	1.74
28	2.517	0.923 1	1.988 1	162.814	5.092 6	162.095	5.088 2	0.000 01	2.02
29	3.150	1.147 4	2.670 9	227.600	5.427 6	228.478	5.431 4	0.000 01	2.24
30	3.165	1.152 2	2.686 6	228.800	5.432 8	230.145	5.438 7	0.000 03	2.25
31	3.191	1.160 3	2.713 3	228.500	5.431 5	233.044	5.451 2	0.000 38	2.26
32	3.225	1.170 9	2.748 3	236.600	5.466 4	236.854	5.467 4	0.000 00	2.27

$\overline{\ln(h+h_0)} = -0.486 9; \sum(x_i-\bar{x})^2 = 27.923 8; \sum(y_i-\hat{y}_i)^2 = 0.029 18$

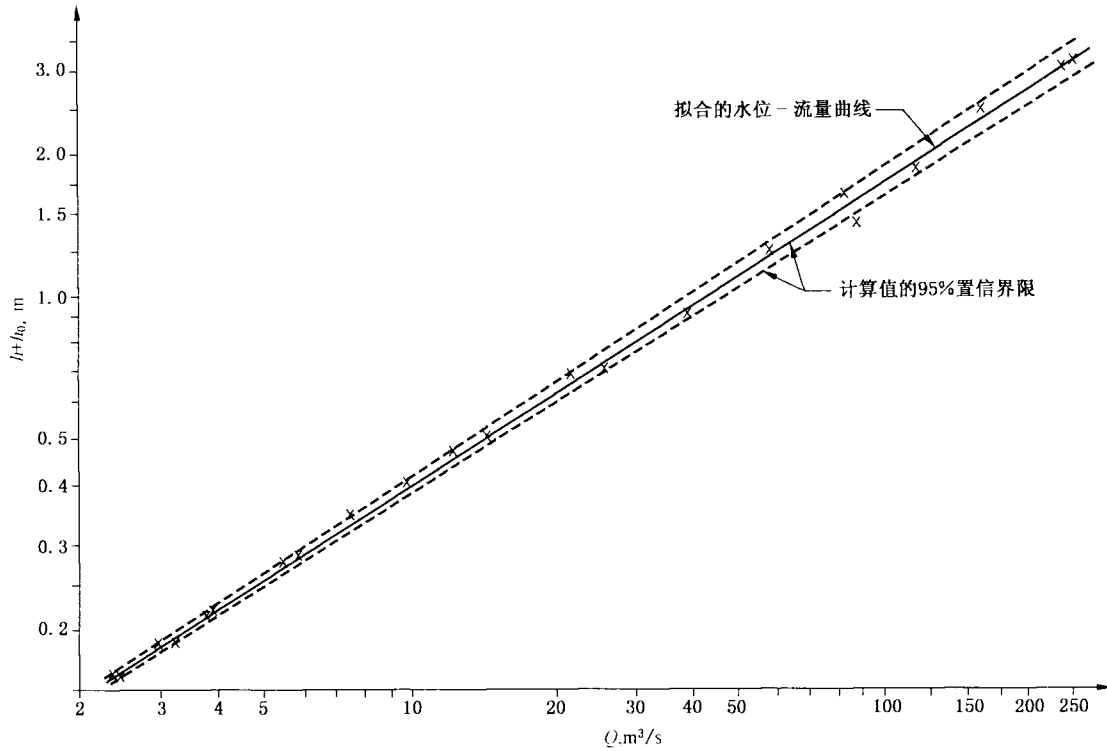


图 B.1 基于表 B.1 数据的水位-流量曲线

B.8 未转换流量的不对称限值可用式(B.11)得出：

95%置信界限的上限： $100(e^z - 1)$ ；
 95%置信界限的下限： $100(1 - e^{-z})$ (B.11)

式中， z 是式(B.9)的右侧部分，不含“ $\times 100$ ”这一项。

以第1组观测值为例，95%置信界限的上限为：

$$100(e^{0.0197} - 1) = 100(1.0199 - 1) = 1.99\%$$

而 95%置信界限的下限为：

$$100(1 - e^{-0.0197}) = 100[1 - (1/e^{0.0197})] = 100(1 - 0.9804) = 1.96\%$$

附 录 C
(资料性附录)
确定封闭管道校准不确定度示例

C.1 引言

C.1.1 本例描述了校准法兰取压孔板时的不确定度的计算,并举例说明了使用校准后的孔板进行流量测量的不确定度的计算方法。

C.1.2 校准装置的工作原理:水流经安装在循环回路中试验管道内的孔板,流入水池,然后再返回试验管道入口。当流动状态达到稳定时,在测定的时间内使水改流入标准容器进行称重。

C.1.3 测量过程中,使用压力计测量孔板的差压,按校准要求,在覆盖流量范围的 25 个点上重复测量。在每个点记录试验时的水温 and 压力计周围的环境温度。使用密度瓶测量试验用水的密度,相对于同一温度下蒸馏水的密度比为 1.001 42,整个试验过程均使用该数据。

C.2 本例所用符号的定义

- A_o —— 节流孔面积;
- C —— 流出系数;
- D —— 管道直径;
- d —— 节流孔直径;
- g —— 重力加速度;
- H, H' —— 孔板差压的压力水头;
- p_s —— 绝对静压力;
- Re_d —— 雷诺数, $Re_d = 4Q/\pi vd$;
- t —— 测量时间;
- W —— 测量过程中水的累积质量;
- β —— 以 d/D 表示的直径比;
- θ_w —— 试验管道内水温;
- ν —— 运动粘度;
- ρ_w —— 纯水的密度。

C.3 流出系数的计算

C.3.1 孔板节流孔的平均直径为 164.34 mm,上游管道的平均直径为 204.98 mm,直径比 β 为 0.801 7。

C.3.2 表 C.1 给出了 25 个点的试验结果,体积流量值由式(C.1)导出:

$$Q = 1.001\ 05W/\rho_w t \quad \dots\dots\dots (C.1)$$

式中常数 1.001 05 是空气浮力对标准容器称重读数影响的修正系数。

$$\rho_w = 1\ 000.25 - 0.008\theta_w - 0.004\ 86\theta_w^2 + (0.46 \times 10^{-6})p_s$$

流出系数由式(C.2)得出:

$$C = Q(1 - \beta^4)^{1/2}/A_o(2gH)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (C.2)$$

C.4 校准图的线性度

C.4.1 以流出系数和对应的雷诺数为坐标画出校准图,即会发现它们的关系是非线性的。根据经验

可知,以流出系数 C 和雷诺数倒数的某些函数为坐标可以得到线性关系,本例选择 $10^3/Re_d^{1/2}$,校准曲线见图 C.1。

C.4.2 按本部分第 6 章所述方法验证数据并确认曲线的线性度,并建议采用第 8 章给出的经典最小二乘法完成校准图的拟合。

C.5 单个校准点的不确定度

C.5.1 根据本部分附录 A 给出的原理,流出系数 C 的 A 类相对标准不确定度可用式(C.3)计算:

$$u_{Arel}(C) = \{u_{Arel}^2(Q) + u_{Arel}^2(g)/4 + u_{Arel}^2(H)/4 + [2/(1-\beta^4)]^2 u_{Arel}^2(d) + [2\beta^4/(1-\beta^4)]^2 u_{Arel}^2(D)\}^{1/2} \dots\dots\dots (C.3)$$

C.5.2 表 C.2 给出了使用 GB/T 27759—2011 提供的原理所确定的六个变量的 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度,代入式(C.3)中,得到 A 类相对标准不确定度为 0.16%。使用类似公式,用 u_{Brel} 替代 u_{Arel} 并将表 C.2 最后一列代入,得到 B 类相对标准不确定度为 0.75%。

C.5.3 以同样的方式定义,如式(C.4)所示:

$$X = 1\,000/(Re_d)^{1/2} = 1\,000(\pi\tau d/4Q)^{1/2} \dots\dots\dots (C.4)$$

X 的 A 类相对标准不确定度由式(C.5)得出:

$$u_{Arel}(X) = \{[u_{Arel}^2(v) + u_{Arel}^2(d) + u_{Arel}^2(Q)]/4\}^{1/2} \dots\dots\dots (C.5)$$

代入表 C.2 的值,得到 X 的 A 类相对标准不确定度为 0.08%。类似的,使用相应公式计算 $u_{Brel}(X)$,得到 B 类相对标准不确定度为 0.28%。

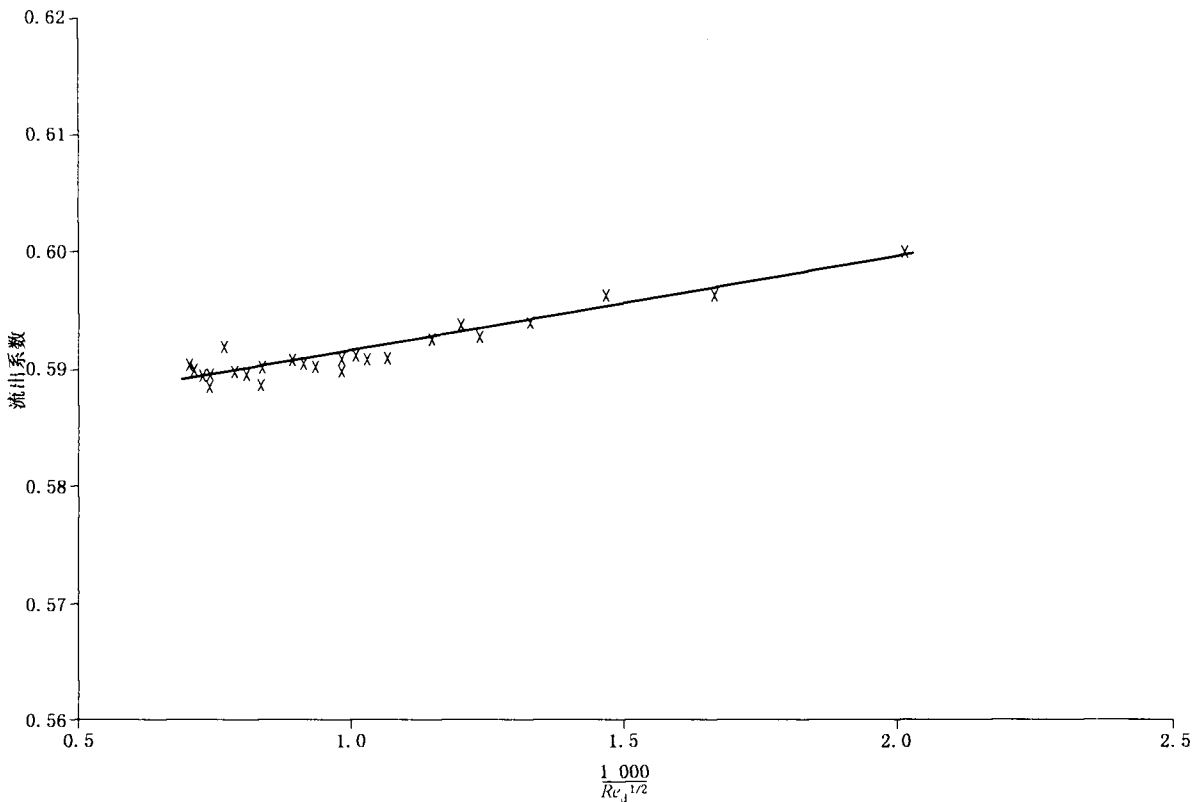


图 C.1 流出系数与 $10^3/Re_d^{1/2}$ 的函数关系

C.6 最佳的线性拟合

C.6.1 使用上述 A 类相对标准不确定度值和表 C.3 给出的数据,两变量平均值的 A 类标准不确定度为:

$$u_A(1/Re_d^{1/2}) = u_{Arel}(X) \times \bar{X} = 8.1 \times 10^{-7}, u_A(C) = u_{Arel}(C) \times \bar{C} = 9.5 \times 10^{-4}$$

代入式(14)

$$\gamma = 1.173$$

C.6.2 $(1/Re_d)^{1/2}$ 的 A 类标准不确定度可以忽略不计,因此校准直线的方程可写成式(C.6):

$$\hat{C} = a + b(10^3/Re_d^{1/2}) \dots\dots\dots(C.6)$$

由表 C.3 计算出所需数据代入式(16)和式(17),得出式(C.7):

$$\hat{C} = 0.5827 + (8.2597 \times 10^{-3}) \times (10^3/Re_d^{1/2}) \dots\dots\dots(C.7)$$

由式(18)得到相关系数为 0.9570。

C.6.3 由式(16)注意到 b 非常小,流出系数仅随雷诺数缓慢变化,这种情况下应确认直线的斜率是否为零。用表 C.3 给出的数据代入式(32)和式(33)中,得出 b 在置信水平 95%时为 $0.0082597 \pm (2.06 \times 0.0005109)$,因为这个取值范围是不包括零的,故得出结论 b 不是零。

表 C.1 校准结果

试验结果编号	流量 $Q \text{ m}^3/\text{s}$	流出系数 $C(y)$	雷诺数 ^a $Re_d \times 10^{-6}$	$10^3 / Re_d^{1/2} (x)$
1	0.031 5	0.599 7	0.244 8	2.020 9
2	0.046 0	0.596 2	0.357 6	1.672 3
3	0.058 9	0.595 7	0.459 3	1.475 5
4	0.071 9	0.593 7	0.560 9	1.335 3
5	0.087 3	0.593 7	0.682 8	1.210 2
6	0.083 5	0.592 7	0.653 3	1.237 2
7	0.130 2	0.590 8	1.018 8	0.990 7
8	0.154 0	0.590 4	1.207 8	0.909 9
9	0.178 3	0.589 6	1.398 5	0.845 6
10	0.205 1	0.589 6	1.615 9	0.786 7
11	0.231 0	0.587 5	1.811 6	0.743 0
12	0.258 3	0.589 5	2.016 0	0.704 3
13	0.256 8	0.589 2	2.023 6	0.703 0
14	0.245 8	0.589 0	1.941 4	0.717 7
15	0.231 4	0.588 5	1.845 7	0.736 1
16	0.217 4	0.591 2	1.737 7	0.758 6
17	0.202 4	0.589 3	1.622 0	0.785 2
18	0.192 7	0.589 1	1.544 2	0.804 7
19	0.179 9	0.588 2	1.441 8	0.832 8
20	0.153 6	0.590 3	1.230 7	0.901 4
21	0.141 8	0.590 1	1.136 5	0.938 0
22	0.128 4	0.589 5	1.029 0	0.985 8
23	0.117 9	0.590 4	0.942 7	1.029 9
24	0.107 6	0.590 5	0.859 9	1.078 4
25	0.094 4	0.592 2	0.754 9	1.151 0

^a 基于喉部直径。

表 C.2 各变量不确定度

变量	A类相对标准不确定度/%	B类相对标准不确定度/%
<i>d</i>	0.00	0.20
<i>D</i>	0.00	0.20
<i>g</i>	可忽略不计	可忽略不计
<i>H</i>	0.10	0.05
<i>Q</i>	0.15	0.15
<i>v</i>	0.00	0.50

表 C.3 计算校准图中不确定度所需的数据

量	值
\bar{x}	1.014 17
\bar{y}	0.591 064
$s^2(x)$	0.108 786 4
$s^2(y)$	$8.101\ 213 \times 10^{-6}$
$\text{Cov}(xy)$	$8.985\ 401 \times 10^{-4}$

C.6.4 以此为基础,任意 \hat{C} 值的 A 类标准不确定度都可由式(34)得出, s_R 的值可首先由式(19),式(20)或代入式(21)计算得到:

$$s_R = 8.26 \times 10^{-4}$$

代入式(34),得出式(C.8):

$$u_A(\hat{C}) = 2.06 \times (8.26 \times 10^{-4}) \{0.04 + [(x_k - 1.014\ 17)^2 / 2.610\ 874]\}^{1/2} \dots\dots (C.8)$$

当 $x_k = \bar{x} = 1.014\ 17$: $u_A(\hat{C}) = 3.399 \times 10^{-4}$

当 $x_k = 2.020\ 9$: $u_A(\hat{C}) = 1.111 \times 10^{-3}$

当 $x_k = 0.703\ 0$: $u_A(\hat{C}) = 4.704 \times 10^{-4}$

C.6.5 式(C.8)给出了流出系数的 A 类标准不确定度,应明确该不确定度应与流出系数的 B 类标准不确定度合成。这与 C 的任意独立测量值的 B 类标准不确定度采用相同公式,即如式(C.9):

$$u_{\text{Brel}}(C) = \{u_{\text{Brel}}^2(Q) + u_{\text{Brel}}^2(g)/4 + u_{\text{Brel}}^2(H)/4 + [2/(1 - \beta^4)]^2 u_{\text{Brel}}^2(d) + [2\beta^4/(1 - \beta^4)]^2 u_{\text{Brel}}^2(D)\}^{1/2} \dots\dots\dots (C.9)$$

代入表 C.2 的数据,得到 $u_{\text{Brel}}(C) = 0.75\%$ 。

然后采用方和根法,将式(C.8)得出的 A 类标准不确定度和上述 B 类标准不确定度合成,得到 \hat{C} 任意值的 95% 置信界限的总不确定度,例如:

当 $x_k = \bar{x} = 1.014\ 17$: $U'_{\text{RSS}}(\hat{C}) = (0.034^2 + 0.75^2)^{1/2} \% = 0.75\%$

当 $x_k = 2.020\ 9$: $U'_{\text{RSS}}(\hat{C}) = (0.11^2 + 0.75^2)^{1/2} \% = 0.76\%$

当 $x_k = 0.703\ 0$: $U'_{\text{RSS}}(\hat{C}) = (0.05^2 + 0.75^2)^{1/2} \% = 0.75\%$

这是与 \hat{C} 实际值相关的不确定度,它可以用于,比如评估流出系数的标准值或表列值的不确定度。可以看出,此例中 B 类标准不确定度占主要部分。

C.6.6 然而,在使用按前述方法校准的孔板测量流量时,只有当使用条件与之前的校准条件完全相同时(相同压力、温度下的相同流体,相同的影响量等),确定孔板几何特征的误差所产生的影响才会消除,并可认为 $C = kQH^{-1/2}$ 。则 \hat{C} 的 B 类标准不确定度由式(C.10)给出:

$$u_{\text{Brel}}(\hat{C}) = [u_{\text{Brel}}^2(Q) + 0.25u_{\text{Brel}}^2(H)]^{1/2} \dots\dots\dots (C.10)$$

将表 C.2 的对应数据代入,得:

$$u_{\text{Brel}}(\hat{C}) = [0.15^2 + 0.25 \times 0.05^2]^{1/2} = 0.15\%$$

采用 C. 6.5 的相同步骤, 得出 \hat{C} 任意值的总不确定度, 如:

当 $x_k = \bar{x} = 1.014\ 17$: $U'_{\text{RSS}}(\hat{C}) = (0.034^2 + 0.15^2)^{1/2} \% = 0.15\%$

当 $x_k = 2.020\ 9$: $U'_{\text{RSS}}(\hat{C}) = (0.11^2 + 0.15^2)^{1/2} \% = 0.19\%$

当 $x_k = 0.703\ 0$: $U'_{\text{RSS}}(\hat{C}) = (0.05^2 + 0.15^2)^{1/2} \% = 0.16\%$

C.7 使用经过校准的孔板测量流量的不确定度

C.7.1 由于校准图的斜率不为零, 所以在使用校准图评估流量时会产生附加不确定度。由前述条款可知, 只有 H 和 v 会对 $10^3/(Re_d)^{1/2}$ 的不确定度产生影响, 因而式(C.5)简化为式(C.11):

$$u_{\text{Arel}}(X) = \{ [u_{\text{Arel}}^2(v)]/4 + [u_{\text{Arel}}^2(H')] /16 \}^{1/2} \dots\dots\dots (C.11)$$

B类标准不确定度 u_{Brel} 的表达式与之相似。

C.7.2 上述不确定度对 C 值的影响取决于校准图的斜率, 其绝对值由式(C.12)给出:

$$U_{\text{RSS}}(C_0) = b [u_A^2(X) + u_B^2(X)]^{1/2} \dots\dots\dots (C.12)$$

用方和根法将此值与校准图的不确定度合成, 得到 C 的总不确定度, 见式(C.13):

$$U_{\text{RSS}}(C) = [U_{\text{RSS}}^2(\hat{C}) + U_{\text{RSS}}^2(C_0)]^{1/2} \dots\dots\dots (C.13)$$

C.7.3 同样, Q 的 A 类相对标准不确定度见式(C.14):

$$u_{\text{Arel}}(Q) = 0.5 u_{\text{Arel}}(H') \dots\dots\dots (C.14)$$

B 类相对标准不确定度见式(C.15):

$$u_{\text{Brel}}(Q) = [u_{\text{Brel}}^2(C) + 0.25 u_{\text{Brel}}^2(H')]^{1/2} \dots\dots\dots (C.15)$$

C.7.4 现在, 使:

$$u_{\text{Arel}}(v) = 0.0\%; \quad u_{\text{Brel}}(v) = 1.0\%$$

$$u_{\text{Arel}}(H') = 0.5\%; \quad u_{\text{Brel}}(H) = 1.0\%$$

然后, 由式(38)和 B 类标准不确定度的相关公式得出:

$$u_{\text{Arel}}(X) = \sqrt{(0.5)^2/16} \% = 0.125\%$$

$$u_{\text{Brel}}(X) = \sqrt{(0.25 + 0.0625)} \% = 0.56\%$$

由此, 取 Re_d 为 8×10^5 点 (即 $X_k = 1.12$), 则:

$$U_{\text{RSS}}(C_0) = 8.26 \times 10^{-3} [(1.12 \times 0.00125)^2 + (1.12 \times 0.0056)^2]^{1/2} \\ = 5.299 \times 10^{-5}$$

对于上述 Re_d 值, $C = 0.591\ 9$, 得出校准曲线的绝对不确定度:

$$U_{\text{RSS}}(\hat{C}) = (0.591\ 9 \times 0.0015) = 8.878\ 5 \times 10^{-4}$$

将 $U_{\text{RSS}}(\hat{C})$ 和 $U_{\text{RSS}}(C_0)$ 用方和根法合成, 再除以流出系数, 得到 C 的总不确定度:

$$U'_{\text{RSS}}(C) = [(8.878\ 5 \times 10^{-4})^2 + (5.299 \times 10^{-5})^2]^{1/2} / 0.591\ 9 = 0.13\%$$

C.7.5 最后代入式(C.14)和式(C.15)中, 得到:

$$u_{\text{Arel}}(Q) = (0.5 \times 0.5) \% = 0.25\%$$

$$u_{\text{Brel}}(Q) = [0.16^2 + 0.25(1)^2]^{1/2} \% = 0.52\%$$

中华人民共和国
国家标准
流量测量装置校准和使用不确定度的评估
第1部分:线性校准关系
GB/T 29820.1—2013

*

中国标准出版社出版发行
北京市朝阳区和平里西街甲2号(100013)
北京市西城区三里河北街16号(100045)

网址 www.spc.net.cn

总编室:(010)64275323 发行中心:(010)51780235

读者服务部:(010)68523946

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷
各地新华书店经销

*

开本 880×1230 1/16 印张 2 字数 48 千字
2014年1月第一版 2014年1月第一次印刷

*

书号: 155066·1-47974 定价 30.00 元

如有印装差错 由本社发行中心调换
版权专有 侵权必究
举报电话:(010)68510107



GB/T 29820.1-2013